Date/ Page/

محاضرة 8 د. محمد شكري الخميس 1/12/2011

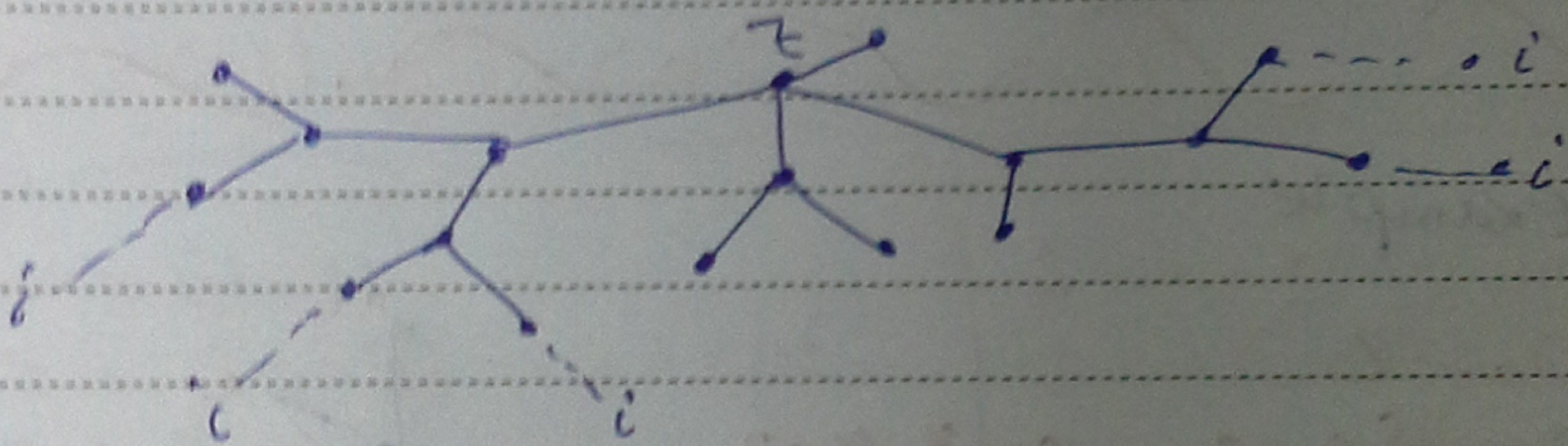
Proposition

المخطط G الذي نصف قطره على الأكثر k وأكبر درجة d ، $d \geq 3$ له
~~radius~~ أقل من $\frac{d}{d-2}(d-1)^k$
vertices

a graph G of radius at most k and maximum degree at most $d \geq 3$ has fewer vertices than $\frac{d}{d-2}(d-1)^k$ vertices

Sol^n

let z be a central vertex in G



and let denote the set of vertices of G at distance i from z

then $V(G) = \bigcup_{i=0}^{k} D_i \; ; \; D_0 = \{z\}$

$\{z\}$ جميع الرؤوس $V(G) = D_0 \underset{\text{اتحاد}}{\cup} D_1 \cup D_2 \cup \cdots D_k$

نفرض أن D_i هي ~~مجموعة~~ مجموعة الرؤوس التي تبعد (الرؤوس التي تبعد) مسافة i عن z.

من هذا يمكن تقسيم الـ G إلى مستويات

$D_1 =$ فئة جميع الرؤوس التي تبعد حرف و احد عن z

$D_2 =$ " " " " " حرفين

Date/ Page/

* فرضنا $|D_i|$ هو عدد الرؤوس داخل D_i

$|D_0| = 1$; $|D_i| \leq d$

$$|D_{i+1}| \leq (d-1)|D_i|$$

المسافة بين z والرؤوس التي تبعد $i+1$ عن المركز

المسافة بين الرؤوس التي تبعد i عن المركز

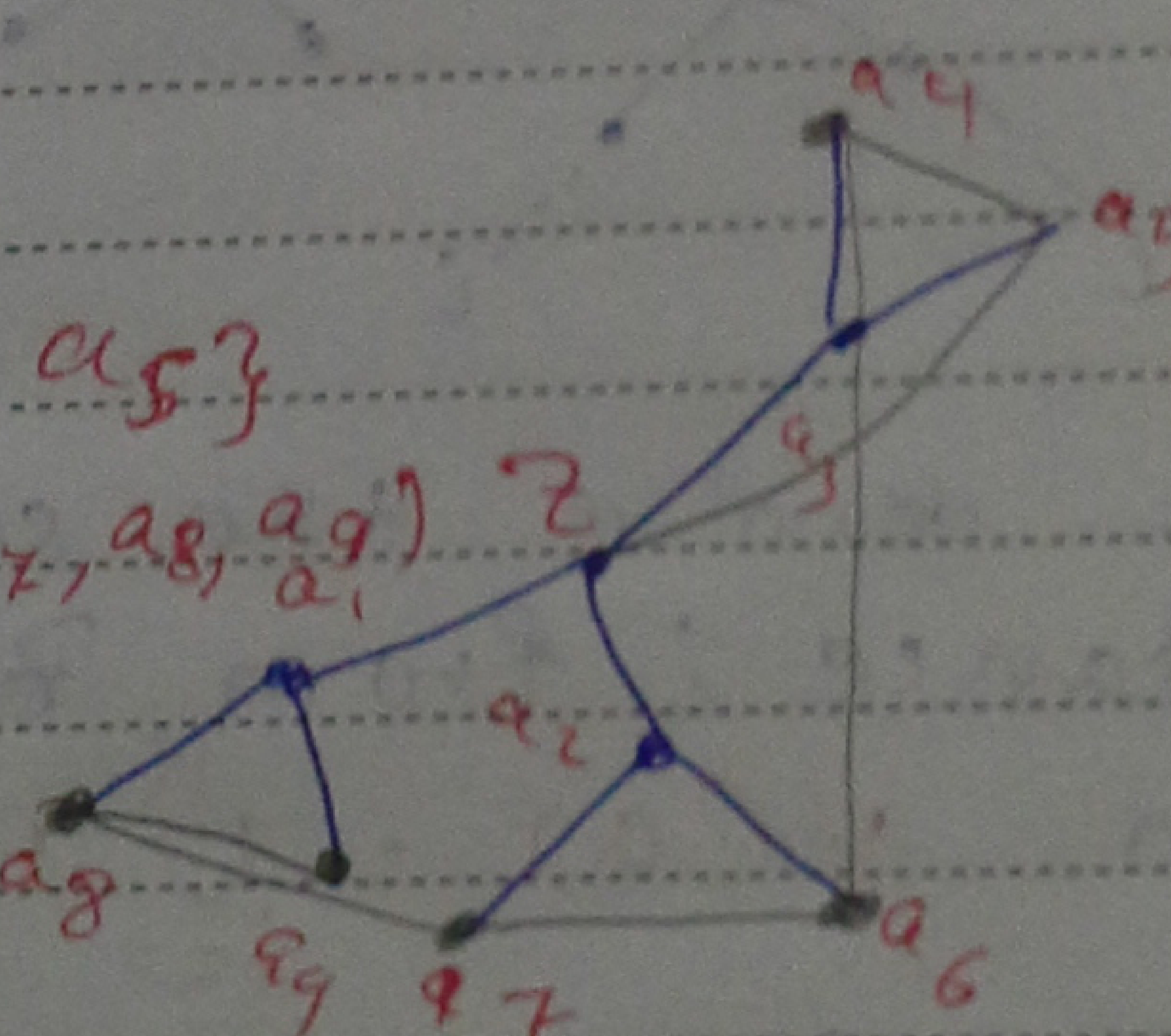
لأنه بكل رأس في D_{i+1} تكون مجاور لرأس في D_i أي لكل النقاط في D_i مرة وإذا كانت كل النقاط d يكون عدد النقاط ~~D-1~~ $d-1$ لأنه الرأس في D_i عن شيئاها مرة

example

$D_0 = Z$

$D_1 = \{a_1, a_2, a_3, a_5\}$

$D_2 = \{a_4, \cancel{a_5}, a_6, a_7, a_8, a_9\}$



$d = 4$

$|D_2| = 5$

$|D_1| = 4$

$5 \leq (d-1)\, 4$

$5 \leq 12$ ✓

$i=0 \Rightarrow |D_1| \leq (d-1)\,|D_0|$

$|D_1| \leq (d-1)\,(1)$

$i=1 \Rightarrow |D_2| \leq (d-1)\,|D_1| \leq (d-1)(d-1)=(d-1)^2$

$i=2 \Rightarrow |D_3| \leq (d-1)\,|D_2| \leq (d-1)^3$

$\vdots$

$|D_K| \leq (d-1)^K$

$|V(G)| = |D_0| + |D_1| + |D_2| + \cdots |D_K|$

$$|V(G)| \leq 1 + \underbrace{(d-1) + (d-1)^2 + \cdots + (d-1)^K}_{G.S}$$

$r = (d-1)$

$a = (d-1)$ أول حد

$n = K$

$S = a + ar + ar^2 + \cdots ar^{n-1}$

$rS = ar + ar^2 + \cdots ar^n$

$S(1-r) = a - ar^n$

$S = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

مجموع المتوالية الهندسية

$$|V(G)| \leq 1 + \frac{(d-1)\left[1-(d-1)^K\right]}{1-(d-1)}$$

$$|V(G)| \leq 1 + \frac{d-1}{d-2}\left((d-1)^K - 1\right)$$ حد سالب من فوق ومن تحت

$$\leq \frac{d-1}{d-2}(d-1)^K - \frac{d-1}{d-2} + 1$$ [illegible]

$$\leq \frac{d-1}{d-2}(d-1)^K + \frac{d-2-d+1}{d-2}$$ كمية سالبة

$$|V(G)| \leq \frac{(d-1)(d-1)^{K}}{d-2}$$

$$\leq \frac{d\,(d-1)^{K}}{d-2} - \frac{(d-1)^{K}}{d-2}$$

(شيلها) نحذف دا بسبب

$$|V(G)| \leq \frac{d\,(d-1)^{K}}{d-2}$$

pruning algorithm :- مهم جدا

This algorithm find the shortest path between u and a vertex w,

* Step 1:

- initially, we set $l(u) = 0$ (Length of path) and $P(u) = 0$
- every other vertex is initially assigned $l(v) = \infty$ and $P(v) = \emptyset$

* Step 2:

- Each step of alg. examines an edge $e = (v', v)$ from $\bar{v}$ to v, with seq^n $l(v') + K$

* Step 3:

If $l(v') + K < l(v)$

then we found short path with

$l(v) = l(v') + K$

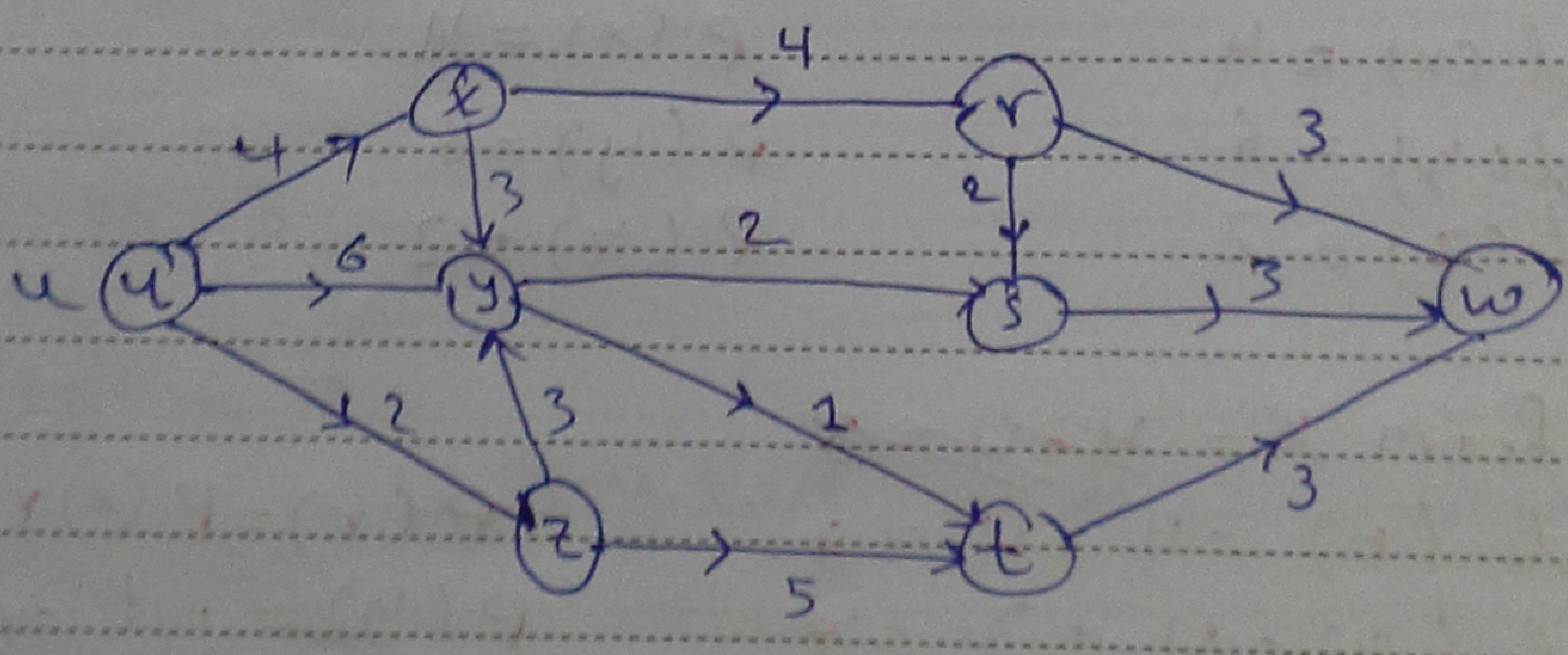
$P(v) = P(v') + K$

خطوات حل المسائل:

1. نكون شجرة البحث وهي تبدأ من نقطة البداية حتى نصل إلى آخر رأس.
2. نسير على الشجرة من Level إلى Level من اليسار إلى اليمين
3. عند كل رأس نحسب طول المسار من البداية إلى هذه النقطة ونضع قيمتك بـ P(v)
4. إذا ظهر في شجرة البحث أكثر من مسار، نأخذ أقصرهم

example:-

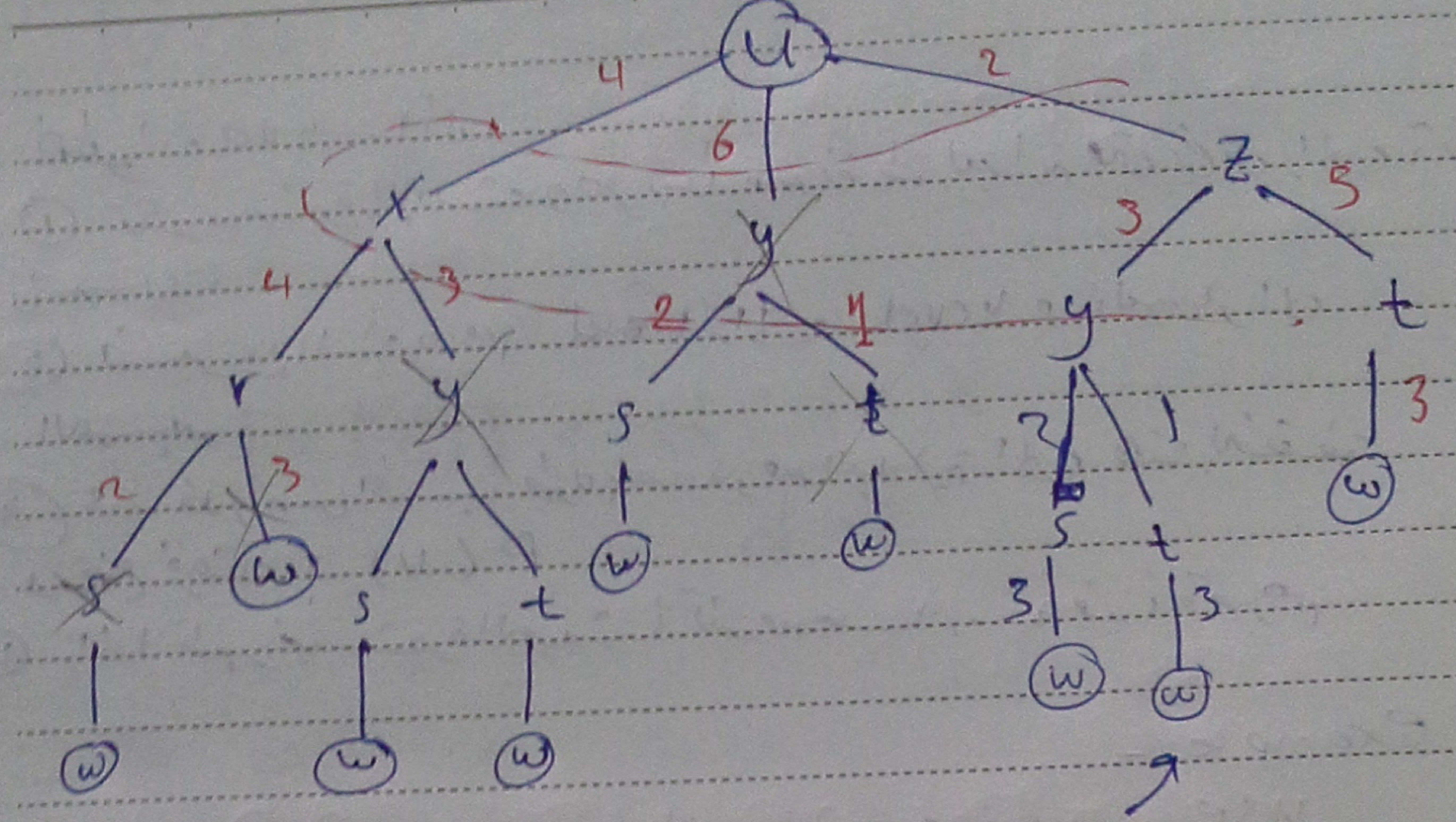
Use pruning Algorithm to find shortest path from u to w



الحل

الصفحة التالية

Date/ Page/



from u.

$l(x) = 4$ $P(x) = 4$

$l(y) = 6$ $P(y) = 6$

$l(z) = 2$ $P(z) = 2$

from x ~~= 4+4 = 8~~

$l(r) = 4 + 4 = 8$ $P(r) = P(x)r = uxr$

$l(y) = 4 + 3 = 7$ $P(y)$ = not detemined

لأن القيمة السابقة أصغر منها

from y

$l(s) = 6 + 2$ $P(s) = uys$

$l(s) = 1 + 6 = 7$ $P(t) = uyt$

from z :

$L(y) = 2 + 3 = 5$ $P(y) = uzy$

$l(t) = 2 + 5 = 7$ $P(t) = uzt$

نوصل المسار السابق لـ y

Level 2

from r:

$l(s) = 4+4+2 = 10$

$l(w) = 4+4+3 = 11$

from y

$l(s) = 7$

$l(t) = 6$

نحذف قيمة الـ s الـسابقة

from t

$l(w) = 10$ نحذف القيمة السابقة لـ w

Level 3

$L(s_w) = 10$

$L(t_w) = 9$

أقل مسار هو uzytw

Home work:-

هنجيب من ~~[illegible]~~ البيت إلى الكلية ، مرة على رجلك ، ومرة بالتاكسي ، هنحدد أقصر مسار ، لو كان بيتك في مكان Random